

**Завдання для районних етапів
Харківського міського турніру юних математиків
(2021/2022 навчальний рік)**

Пропонуємо завдання для районних етапів міського турніру юних математиків, проведення якого планується 25 вересня 2021 року.

(Нумерація відповідає переліку завдань XXIII Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М.Й. Ядренка).

3. «Від ТЮМу-23 до ТЮМу-24»

Знайдіть усі пари натуральних чисел x та y таких, що $23 + x^2 = 24y^2$.

5. «Ланцюжок коренів»

Для всіх натуральних n доведіть нерівність

$$\sqrt{1^3 + \sqrt{2^3 + \dots + \sqrt{n^3}}} < 3.$$

8. «Розрізання трапеції»

Розріжте рівнобічну трапецію на три подібні між собою трапеції всіма можливими способами. Для рівнобічної трапеції з основами a та b і бічною стороною $c = 1$ з'ясуйте необхідні та достатні умови реалізації кожного способу розрізання.

12. «Три квадрати»

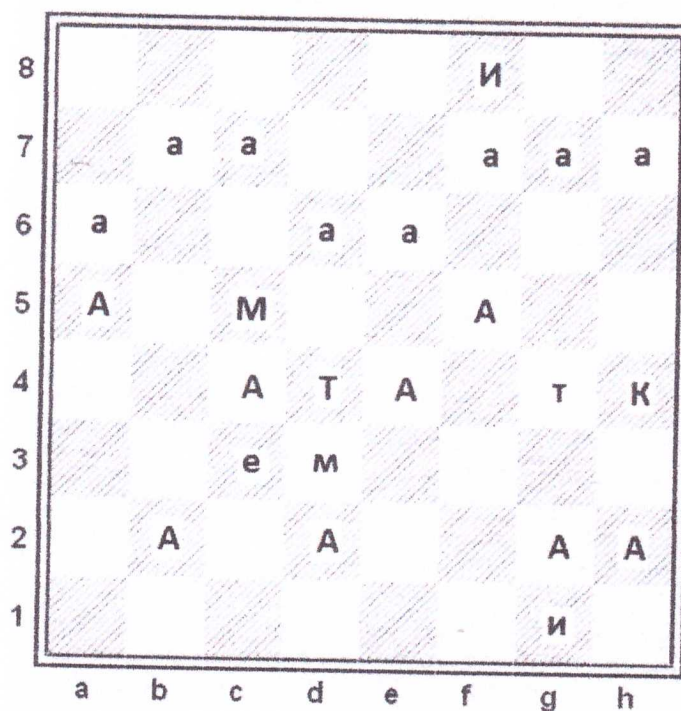
На стороні CD квадрата $ABCD$ обрано точку F та побудовано два рівні квадрати $DGFE$ та $AKEN$ (точки E і H лежать всередині квадрата). Нехай M — це середина DF , J — інцентр трикутника CFH . Доведіть, що:

а) точки D, K, H, J, F лежать на одному колі;

14. «Ощадливі перестановки»

Чудний чоботар Чеслав зшив 30 різних пар взуття, перемішав усі 60 чоботів між собою та розставив випадковим чином у ряд. Його педантична подруга Павлина переставляє взуття: за один раз Павлина може взяти будь-які два чоботи та обміняти їх місцями. За яку мінімальну кількість таких обмінів Павлина зможе гарантовано досягти розташування, в якому кожна пара чоботів розташована поруч, причому ліворуч стоїть лівий чобіт пари, а праворуч — правий?

21. «Ребус МАТЕМАТИКА»



Кожна літера відповідає певному типу фігури: 6 літер – 6 різних типів фігур. Великі літери – фігури одного кольору, малі – фігури іншого кольору. Визначте позицію та останній хід.

Матеріали для проведення відбіркових етапів турніру підготували:

Е. Г. Ейлазян, О. В. Зеленський, Е. Зуппа (Італія), А. І. Казмерчук, Д. Коуклі (Канада), О. Г. Кукуш, М. П. Мороз, Д. П. Мисак, О. Б. Панасенко, В. М. Радченко, О. К. Толпиго, Е. Й. Туркевич, Р. П. Ушаков, І. В. Федак, А. М. Фролкін, Д. І. Хілько (Франція), А. С. Юрчишин.